Roman Duda

Bóg myśli matematycznie

1. Wstęp. Tytułowego sformułowania użył ks. prof. Michał Heller w jednym ze swoich wywiadów. Powołując się na Leibniza dodał, że „świat jest rozwiązaniem zasady optimum. Zasada ta, nazywana także zasadą ekstremalnego działania, funkcjonuje w matematyce i prawie wszystkie prawa fizyki są jej realizacją. […] Tak można wyprowadzić prawo grawitacji Newtona, prawa teorii względności czy mechaniki kwantowej. Podobnie, z nieskończonej liczby światów istniejących w Bożym umyśle, Bóg wybrał ten świat, który jest realizacją zasady optimum”[1].

Wywiad nie jest wykładem akademickim, autor nie był więc w stanie szerzej rozwinąć swojej tezy. A szkoda, teza ta bowiem wyraża przekonanie wielu uczonych, którzy stając w zadziwieniu przed tajemnicą istnienia świata i jego zadziwiającej struktury widzą w nim rękę i myśl Boga. Przykładem niech będzie największy uczony XX wieku, Albert Einstein, który tak pisał

> Najpiękniejsze i najgłębsze, dostępne człowiekowi przeżycie, to odczucie tajemnicy. Ono leży u podstaw religii i wszystkich najgłębszych tendencji w sztuce i w nauce. Ten, kto takiego odczucia nie doznał, wydaje mi się, jeśli nie martwy, to co najmniej ślepy. Zdolność odczuwania czegoś dla naszego rozumu niepojętego, niedostępnego dla bezpośrednich obserwacji, czego piękno i doskonałość docierają do nas jedynie w postaci słabego, pośredniego oddźwięku, to jest religijność. W tym duchu zadowalam się zadziwionym zgadywaniem i pokornym budowaniem myślowych obrazów, bardzo odległych od rzeczywistej struktury bytu. [2]

Korzystając z okazji, jaką stwarza ta konferencja, pragnę przedstawić kilka własnych przemyśleń na rzecz tezy, iż „Bóg myśli matematycznie”.

2. Świat ma dwie podstawowe struktury: czas i przestrzeń. Od czasu kiedy człowiek okazał się zdolny do refleksji nad sobą i swoim otoczeniem, zaczął zdawać sobie sprawę, że otaczający go świat jest <u>zmienny</u>, ale wypełniają go <u>stałe formy</u>. Pojawiło się napięcie między zmiennością a stałością, które istnieje do dzisiaj i jest przyczyną wielu intelektualnych trudności, ale i pobudzającą inspiracją do poszukiwania zrozumienia. Jest to źródło o niewyczerpalnym bogactwie.

Zmienność zachodzi w <u>czasie</u>, a formy wypełniają <u>przestrzeń</u>. W tych dwóch podstawowych kategoriach, czasu i przestrzeni, wyraża się i zamyka istnienie świata i myślenie człowieka. Wyraża się, każdy bowiem opis świata i ludzkich poczynań musi się do nich odwoływać i na nich opierać, a zamyka, nauka bowiem, w swoich greckich początkach, zaczęła się od przekonania, że świat jest samowytłumaczalny. To przekonanie leży u jej korzeni do dzisiaj, nauka bowiem z samej swojej natury nie może odwoływać się do niczego poza światem Można powiedzieć, że dzieje ludzkiego poznania są historią refleksji nad czasem i przestrzenią.

Jeden z ważnych kierunków tej refleksji stanowi <u>matematyka</u>, dla której czas i przestrzeń są źródłem dwóch podstawowych jej pojęć: <u>liczby</u> i <u>przestrzeni</u>. Odmierzanie mijającego czasu doprowadziło do wyróżnienia ciągu liczb naturalnych 1, 2, 3, … , a z czasem ich uogólnień aż do pojęcia prostej rzeczywistej i liczb zespolonych; na tym gruncie

---

[1] Ks. Michał Heller, *Jesteśmy z prochów Wszechświata*, Tygodnik Powszechny nr 28 (3079) z 13 lipca 2008 r.

[2] Albert Einstein, *Mein Glaubenbekenntnis*, w: F. Hermeck, *Albert Einstein*, III wyd., Berlin 1967. Cyt. za: Albert Einstein, *Sobranje naučnyh trudov*, tom IV, Moskwa: Izd. „Nauka”, 1967, s. 176. Przekład własny.

wyrosła arytmetyka i algebra, a także pojawiło się pojęcie funkcji (której prototypem była zmienna zależność położenia punktu od czasu) i koncepcji ciągłości (niewielkie zmiany zmiennej niezależnej powodują niewielkie zmiany zmiennej zależnej), na których opiera się wielki gmach analizy matematycznej. Stałość form z kolei zrodziła geometrię, przede wszystkim geometrię euklidesową, a w czasach nowożytnych także inne geometrie klasyczne, geometrię różniczkową, geometrię Riemanna i rozmaitości różniczkowe. Od czasów Kartezjusza oba te rodzaje refleksji, dyskretna i ciągła, przeplatają się i łączą, mnożąc bogactwo matematycznych pojęć i możliwości matematyki. Przykładem takiego bogactwa może być pojęcie rozmaitości różniczkowej, w którym splata się topologia (taka rozmaitość jest przestrzenią topologiczną), analiza matematyczna (nałożona na nią struktura różniczkowa umożliwia różniczkowanie funkcji rzeczywistych na niej określonych, a w konsekwencji używanie wszystkich metod analizy matematycznej), geometria klasyczna (przestrzeń styczna w każdym jej punkcie jest przestrzenią jednej z geometrii klasycznych), geometria różniczkowa (tensory itp.), teoria wiązek wektorowych (rozmaitość + przestrzenie styczne), algebra (w istocie algebr można tu zdefiniować wiele, np. algebra form de Rhama).

3. Matematyka językiem przyrody. Jak się rzekło, podstawowym źródłem niezwykłej siły i wielkiego uroku matematyki jest jej wyrastanie z gleby podstawowych struktur czasu i przestrzeni. Wyrastanie zaczęło się od praktycznych czynności liczenia i mierzenia, ale od tysięcy lat towarzyszyło mu poczucie, że umiejętności te sięgają głębiej, do największych tajemnic świata. Czytamy w papirusie Rhinda (pochodzi z XVI wieku a.Ch.n., ale zawiera tekst o parę wieków starszy), że jest to wprowadzenie do „wszelkich spraw tajemnych". Dla Greków największą tajemnicą był Kosmos i wielkim ich sukcesem był matematyczny opis „świata nadksiężycowego", czyli ruchu planet – opis matematycznie poprawny (pozwalający na przewidywanie przyszłych położeń planet), choć oparty na błędnych założeniach fizycznych. Był to wczesny przykład wielkiej siły matematyki. Świat podksiężycowy, ziemski wydawał się Grekom jednak zbyt złożony, by abstrakcyjna matematyka mogła być użytecznym narzędziem jego poznawania. W rezultacie ich fizyka była jakościowa, amatematyczna.

Istotnego przełomu dokonały dopiero czasy nowożytne, a najlepszym jego wyrazicielem stał się Galileusz, który ogłosił swoisty manifest nowożytnej nauki:

> Filozofia zapisana jest w tej ogromnej księdze, którą mamy stale otwartą przed naszymi oczami. Ale nie można jej zrozumieć, jeśli się wpierw nie nauczy rozumieć języka i odróżniać liter, jakimi została zapisana. Zapisana zaś została w języku matematyki, a jej litery, to trójkąty, koła i inne figury geometryczne, bez pomocy których nie podobna pojąć z niej ludzkim umysłem ani słowa; bez nich jest to próżne błądzenie po mrocznym labiryncie. [3]

Dla Galileusza filozofia była synonimem racjonalnej wiedzy o świecie i jego manifest głosił, że matematyka jest językiem, w jakim człowiek skutecznie i prawdziwie potrafi ten świat opisywać. Było to przekonanie, na potwierdzenie którego niewiele jeszcze było w jego czasach danych. Stanowisko Galileusza znalazło jednak wkrótce wspaniałe potwierdzenie w dziele *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, w którym Izaak Newton podał nowy opis świata. Był to opis całego świata, bez podziału na strefę podksiężycową i strefę nadksiężycową. Opierał się on na trzech prawach ruchu i znany jest pod nazwą mechaniki Newtona (klasycznej teorii grawitacji).

[3] G. Galilei, *Il Saggiatore* (Waga probiercza), cyt. za Galileo Galilei, *Dialog o dwu najważniejszych układach świata, Ptolemeuszowym i Kopernikowym*, Warszawa: PWN, 1962; cytat ze wstępu M. Brehmera, s. xii.

Sukces Newtona podniósł autorytet matematyki, a w rezultacie zaczęto po nią sięgać śmielej i częściej, ale trwało kilka wieków, nim matematyka zawładnęła fizyką [4]. Sprzężenie to okazało się jednak tak owocne, zarówno dla fizyki, jak i dla matematyki samej, że dziś można je uznać za nieodwracalne. Matematyka stała się językiem fizyki i dyscyplin ścisłych [5] oraz dokonuje awansów w lingwistyce, ekonomii i innych jeszcze dyscyplinach. Można powiedzieć, że manifest Galileusza został spełniony: matematyka stała się językiem przyrody.

Przy okazji warto zwrócić uwagę na pewien aspekt tej sprawy, mianowicie aspekt jedności świata. Matematyka pozwoliła przezwyciężyć zdrowo rozsądkowy pogląd Greków na istnienie dwóch odrębnych światów, podksiężycowego i nadksiężycowego, złożonych z innych cząstek (czterech elementów ziemskich tu i jednego elementu pozaziemskiego tam) i rządzących się odmiennymi prawami. Powszechność praw Newtona, opisujących zarówno ruchy planet jak i ruchy na Ziemi, skłania do poglądu, że świat jest wszędzie taki sam, złożony z takich samych cząstek i rządzący się tymi samymi prawami. Ten pierwszy i najważniejszy krok do stwierdzenia, że świat jest jeden i wszędzie taki sam, jednorodny – pozwoliła zrobić matematyka. A stwierdzenie to pięknie harmonizuje z ideą jednego Boga i aktem Stworzenia.

Historia lubi się jednak powtarzać. Tak jak Grecy podzielili ongiś świat na dwie strefy, bo nie umieli sobie poradzić z ich jednolitym opisem, tak współcześnie dzielimy świat na dwie inne strefy, subatomową i supraatomową, bo również nie potrafimy podać ich jednolitego opisu. Dopracowaliśmy się jedynie ich opisów cząstkowych: mechaniki kwantowej w skali mikro i teorii względności (relatywistycznej teorii grawitacji) w skali makro.

Historia nie powtarza się jednak literalnie. Grecy wierzyli, że są dwa światy i to ich przekonanie utrzymywało się aż do progu czasów nowożytnych, my natomiast jesteśmy przekonani, że świat jest jeden nie tylko w sensie fizycznym, ale także w sensie opisu naukowego, a za to, że takiego opisu nie znamy, winimy matematykę. I warto się może zastanowić, czy najgłębszym źródłem przekonania, że świat powinien mieć jeden spójny opis – nie jest idea jednego Boga.

Matematyka podejmuje wyzwanie znalezienia jednego opisu świata traktując je jako najpoważniejsze zadanie stojące przed nią w XXI wieku. Jeśli matematyka ma pozostać językiem przyrody, to musi temu wyzwaniu podołać.

4. Matematyka jest czymś więcej niż językiem. Po wielkich sukcesach matematyki, która w ciągu paru wieków stała się językiem wszystkich gałęzi fizyki i wchodzi do innych dziedzin wiedzy, zdano sobie sprawę, że jest ona czymś więcej, niż tylko niezastąpionym i ekonomicznym sposobem wyrażania. Jak lubią mówić fizycy, „matematyka daje więcej, niż się w nią wkłada".

Ta wielka siła matematyki wiąże się oczywiście z jej zakorzenieniem w czasie i przestrzeni, ale można tu wymienić i parę dalszych charakterystycznych jej cech. Najpierw zwróćmy uwagę na jej wewnętrzną strukturę: swoim treściom matematyka nadaje kształt teorii, których logika jest zgodna z logiką świata. Nie mam tu na myśli wąskiego znaczenia terminu „teoria" jako teorii aksjomatyczno-dedukcyjnej, ale traktuję go szerzej jako zespół pojęć i twierdzeń powiązanych ze sobą logicznymi nićmi dedukcji. Przyrównując teorię matematyczną do jakiejś konstrukcji architektonicznej, np. pałacu, można obrazowo powiedzieć, że matematyka jako język pozwala opisać dostrzegalny empirycznie jej fragment,

---

[4] Opis tego procesu można znaleźć w książce: I. Grattan-Guinness, *The Fontana History of Mathematical Sciences*, Fontana Press, 1998.

[5] W języku francuskim i angielskim istnieje rozróżnienie *science – lettres*, którego nie ma w języku polskim, gdzie nauką jest i fizyka i np. psychologia czy historia.

np. fasadę, ale matematyka jako „coś więcej” pozwala za tą fasadą dostrzec pałac i spenetrować jego wnętrze.

Taka przygoda przydarzyła się fizykom parę razy. Tak było z odkryciem teorii względności, kiedy to język rozmaitości Riemanna pozwolił na zbudowanie modelu wszechświata i choć jest tu ciągle wiele pytań trudnych i otwartych, samego modelu nikt poważny nie podważa. Tak było w fizyce cząstek elementarnych, kiedy z przyjętego modelu matematycznego wynikało, że muszą istnieć cząstki dotychczas fizykom nieznane. Taka właściwie jest też cała fizyka kwantowa. Przypomina ona układankę, w której niewiele znanych faktów łączy i białe plamy wypełnia teoria przestrzeni Hilberta. Taka przygoda zdarzała się i przedstawicielom innych dziedzin nauki, np. chemikom, którym model tablicy Mendelejewa pozwolił nie tylko na odkrywanie pierwiastków dotychczas nieznanych, ale i na wgląd w ich budowę atomową.

Inną charakterystyczną cechą matematyki jest charakter jej pojęć, abstrakcyjny i idealny. Pojęcia matematyki nie mają realizacji w świecie fizycznym. Nie istnieje w świecie liczba, sfera, grupa, rozmaitość tak jak je rozumie matematyk, nie ma linii prostej „bez szerokości” i rozciągającej się w nieskończoność. Mimo to w takich właśnie pojęciach wyrażają się najgłębsze własności świata. Bez nich dostrzegamy jedynie powierzchnię zjawisk, omamy skutecznie przesłaniające kryjącą się za nimi rzeczywistość.

Niezwykła siła matematyki prowokuje do pytania o jej stosunek do świata: czy matematyka jest tylko – jak chcą niektórzy – swobodną grą wyobraźni, podlegającą jedynie rygorom logiki, czy też – jak sądzi zapewne większość – matematyka jest <u>odkrywaniem</u> najbardziej podstawowych prawd o świecie. Jak napisał ks. prof. M. Heller, „zagadnienie ‘matematyczności świata’ jest jednym z najważniejszych problemów filozoficznych związanych z istnieniem nowożytnych nauk przyrodniczych” [6].

Odkrywanie jest procesem i pogląd na to, czym te najbardziej podstawowe prawdy są, zmienia się w czasie, np. długo za „prawdziwy” opis przestrzeni uważano geometrię euklidesową, dziś natomiast jesteśmy skłonni uważać, że takim „prawdziwym” opisem jest jakaś rozmaitość Riemanna, Niezmienne jest jednak przekonanie, że podstawowe prawdy istnieją i mają charakter matematyczny.

Osiągnięte dotychczas poznanie wskazuje, że cała złożoność świata i niezwykłe bogactwo jego zachowań daje się opisać za pomocą niewielu abstrakcyjnych idei i zasad, z których logicznie wynika cała reszta. W ten sposób postęp nauki pozwala nam odkrywać myśl, która tym światem rządzi, a ta myśl jest matematyczna.

5. Piękno i prostota. Jeśli matematyka nie jest tylko swobodną grą wyobraźni, lecz służy do odkrywania najbardziej podstawowych prawd o świecie, to powstaje naturalne pytanie, jak odróżnić plewy od ziarna. Jedną z form tego pytania jest tzw. dylemat Ulama [7], który na pewnej konferencji zapytał: jak w zbiorze około stu tysięcy twierdzeń matematycznych publikowanych co roku (dziś ta liczba jest znacznie większa) rozpoznać twierdzenia „wartościowe”?

Znam dwa rodzaje odpowiedzi na pytanie Ulama: pragmatyczną i estetyczną. Odpowiedź pragmatyczna brzmi: trzeba zaufać największym matematykom naszego czasu i zajmować się tym, czym zajmują się oni. Kryje się za tym przekonanie, że talent największych polega nie tylko na ich „sile dowodowej”, ale że posiadają oni przenikliwość niedostępną zwykłym zjadaczom chleba i widzą dalej. Praktycznym wyrazem tej odpowiedzi

---

[6] M. Heller, J. Życiński, A. Michalik (red.), *Matematyczność przyrody*, II wyd., Kraków : OBI, 1992, s. 6.

[7] S. Ulam, *Przygody matematyka*, przeł. A. Górnicka, Warszawa: Prószyński i S-ka, 1996, s. 315-316. P. także Ph.J. Davis, R. Hersh, E.A. Marchisotto, *Świat matematyki*, II wyd., Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001, s. 31-33.

są kongresy matematyków, na których najwięksi matematycy mają proszone odczyty plenarne, a materiały pokongresowe upowszechniają ich poglądy.

Sprawa nie jest jednak tak prosta. To co wielkie rodzi się czasem na peryferiach i najwięksi, zajęci swoją matematyką, nie zawsze potrafią to nowe dostrzec i docenić, a jeśli dostrzegają, to bywa, że są nastawieni krytycznie, a nawet angażują się w jego zwalczanie. Tak było np. z teorią mnogości, którą zwalczali H. Poincaré, L. Kronecker i inni, a która przecież zmieniła oblicze matematyki XX wieku.

Odpowiedź estetyczna brzmi: to co wartościowe jest piękne i proste. Odpowiedź ta ma działać jak brzytwa Ockhama, wycinając bezużyteczną szpetotę i nieczytelne komplikacje. Poczuciem piękna skutecznie kierują się wszyscy więksi matematycy, kłopot z tą odpowiedzią polega wszakże na jego subiektywnym charakterze. Każdy inaczej to piękno pojmuje. Wiadomo też, że do pewnego rodzaju piękna trzeba się przyzwyczaić, np. impresjoniści byli początkowo namiętnie zwalczani, ich poczucie piękna przeciwstawiało się bowiem zastanemu kanonowi. Tak się dzieje z każdą awangardową sztuką, ale podobnie się dzieje i w matematyce.

Brak wyraźnego kryterium wartościującego można uznać za wadę matematyki, z drugiej jednak strony jej historia poucza, że idee oryginalne i silne potrafią się w niej przebić, a po pewnym, zwykle niedługim zresztą czasie zostają uznane za piękne, wewnętrzna zaś dynamika matematyki tak je szlifuje, że stają się także proste.

Przykładem teorii pięknej i prostej jest teoria grup abelowych. Jej historia zaczęła się w XVIII wieku, kiedy Lagrange zauważył, że jedno przekształcenie przestrzeni euklidesowej na siebie nałożone na drugie takie przekształcenie, to samo lub inne, też jest przekształceniem przestrzeni euklidesowej na siebie. Spostrzeżenie banalne, ale dostrzeżono je, zaczęto analizować jego własności i oczyszczać z geometrycznego kontekstu, aż pod koniec XIX wieku Cayley sformułował trzy proste aksjomaty, w których nie ma już przekształceń i przestrzeni euklidesowej, a jedynie abstrakcyjny zbiór i abstrakcyjne działanie. I od tego czasu teoria grup abelowych rośnie i mnożą się jej zastosowania.

Matematyka w takie przykłady obfituje, ale nie brak ich także w fizyce, np. piękna i prosta jest mechanika Newtona, na której trzech zasadach można oprzeć analizę każdego ruchu fizycznego występującego w świecie.

6. Świat jako komputer. Od kiedy człowiek dostrzegł i nazwał otaczający go świat, wiąże z nim pewne wyobrażenia [8]. Najdawniejsze przekazy opisują go jako coś w rodzaju domu, a ściślej Ziemi nakrytej nieboskłonem. Grecy przekazali nam obraz Ziemi otoczonej kilkoma sferami, co średniowiecze rozbudowało do Wielkiej Syntezy, w której poza najdalszą sferą znajduje się habitat Boga [9]. Obrazy Wielkiej Syntezy zachowały się w niezliczonych przekazach plastycznych i literackich, co świadczy o jej wielkim podówczas uroku i wpływie na zbiorową wyobraźnię, czego ślady widoczne są do dzisiaj. Później był świat jako układ mechaniczny i Bóg jako Zegarmistrz, świat jako rozwijający się organizm, a może i jeszcze inne. Są to wszystko wyobrażenia pozanaukowe, ale ich urok i wielka siła polegają na tym, że przybliżają nam świat i dają poczucie jego rozumienia, dostępne także ludziom bez głębszego wykształcenia, a nadto mają moc kształtowania wyobraźni i inspirowania dalszych dociekań. W każdym z tych obrazów widać też zachwyt nad pięknem świata i racjonalnością jego struktury, każde jest jakąś próbą przeniknięcia jego tajemnicy.

[8] Por. R. Duda, *Matematyka a obrazy świata*, w: M. Heller, J. Mączka, J. Urbaniec (red.), *Sensy i nonsensy w nauce i filozofii*, Kraków: OBI, 1999, s. 31-42; R. Brague, *La sagesse du monde. Histoire de l'expérience humaine de l'universe*, Paris: Fayard, 1999.

[9] Por. N.M. Wildiers, *Obraz świata a teologia od średniowiecza do dzisiaj,* Warszawa: I.W. PAX, 1985; C.S. Lewis, *Odrzucony obraz. Wprowadzenie do literatury średniowiecznej i renesansowej*, przeł. W. Ostrowski, Warszawa: I.W. PAX, 1986.

Dziś coraz częściej wyobrażamy sobie świat jako wielki komputer. Jak wiadomo, każdy komputer składa się z oprzyrządowania (*hardware*) i oprogramowania (*software*). Oprzyrządowaniem świata jest wypełniająca go materia, a oprogramowaniem – prawa przyrody. Istotą komputera jest przerabianie informacji otrzymywanych na „wejściu" i podawanie wyniku na „wyjściu". Otóż każda cząstka świata zachowuje się tak, jakby w każdej chwili otrzymywała „na wejściu" wszystkie niezbędne informacje o swojej sytuacji – położeniu, prędkości i innych relacjach plasujących ją w całości świata – momentalnie te informacje przerabiała zgodnie z instrukcjami praw przyrody i na „wyjściu" odpowiednio się zachowywała.

Analogia z komputerem nasuwa przypuszczenie, że świat jest „zaprogramowany" w całości, a to co odkrywamy, to są dotychczas jedynie fragmenty tego jednego wielkiego programu. Być może te fragmenty pozwolą nam odkryć wiodące jego idee, a może nawet zarys tego programu.

7. Zakończenie. Ks. prof. M. Heller za wiodącą ideę opisującą działanie świata przyjmuje zasadę optimum. Nie zdążył jednak tego przekonania uzasadnić, a tym mniej – przekonać czytelnika. Charakterystyczne dla niego jest jednak to, że szuka on zrozumienia świata, a można dodać, że najlepszą dotychczas drogą do osiągnięcia takiego zrozumienia jest droga matematyczna.

Znamy drogę, ale nie widzimy jej końca. Mimo osiągniętych postępów ciągle nam się wydaje, że jesteśmy u jej początku, a to uczucie zna każdy, kto stykał się z nieskończonością. Świat i jego tajemnice są nieskończone, tak jak nieskończony jest Bóg, ale naszym drogowskazem jest przekonanie, że „Bóg myśli matematycznie".